Martinilasin tilavuus

1 Tilavuus

Lasketaan martinilasin tilavuus käyttämällä integraaleja. Olkoon H be korkeus ja R säde. Kyseessä on invertoitu kartio.

$$V = \int_0^H \pi \left(\frac{R}{H}y\right)^2 \, dy$$

Yksinkertaistetaan lauseketta:

$$V = \pi \frac{R^2}{H^2} \int_0^H y^2 \, dy$$

Lasketaan integraali:

$$V = \pi \frac{R^2}{H^2} \left[\frac{y^3}{3}\right]_0^H$$

$$V = \pi \frac{R^2}{H^2} \cdot \frac{H^3}{3}$$

$$V = \frac{\pi R^2 H}{3}$$

Tilavuuslasku

Lasketaan tilavuus $V_{0.8H}$ korkeudessa ($h = 0.8H$):

$$V_{0.8H} = \int_0^{0.8H} \pi \left(\frac{R}{H}y\right)^2 \, dy$$

Yksinkertaistetaan integraalia

$$V_{0.8H} = \pi \frac{R^2}{H^2} \int_0^{0.8H} y^2 \, dy$$

Lasketaan integraali

$$V_{0.8H} = \pi \frac{R^2}{H^2} \left[\frac{y^3}{3}\right]_0^{0.8H}$$

$$V_{0.8H} = \pi \frac{R^2}{H^2} \cdot \frac{(0.8H)^3}{3}$$

$$V_{0.8H} = \pi \frac{R^2}{H^2} \cdot \frac{0.512H^3}{3}$$

$$V_{0.8H} = \frac{\pi R^2 H}{3} \cdot 0.512$$

$$V_{0.8H} = 0.512 \times \frac{\pi R^2 H}{3}$$

Conclusion

Tulos

$$V_{0.8H} = 0.512V$$